Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II

Convocatoria junio 2019, Andalucía.

**Opción A**

**Opción A**

1)

$\begin{cases} X = \text{camisetas lisas} \\ Y = \text{camisetas estampadas} \end{cases}$ $F(x,y) = 5x+4y$

$\begin{cases} x \geq 0 \quad y \geq 10 \\ 70x + 60y \leq 4200 \\ 20x + 10y \leq 800 \\ 2y \geq x \end{cases}$

| | alg | pol |
|---|---|---|
| x | 70 | 20 |
| y | 60 | 10 |
| | 4200 | 800 |

$70x+60y=4200$ ($r_1$)

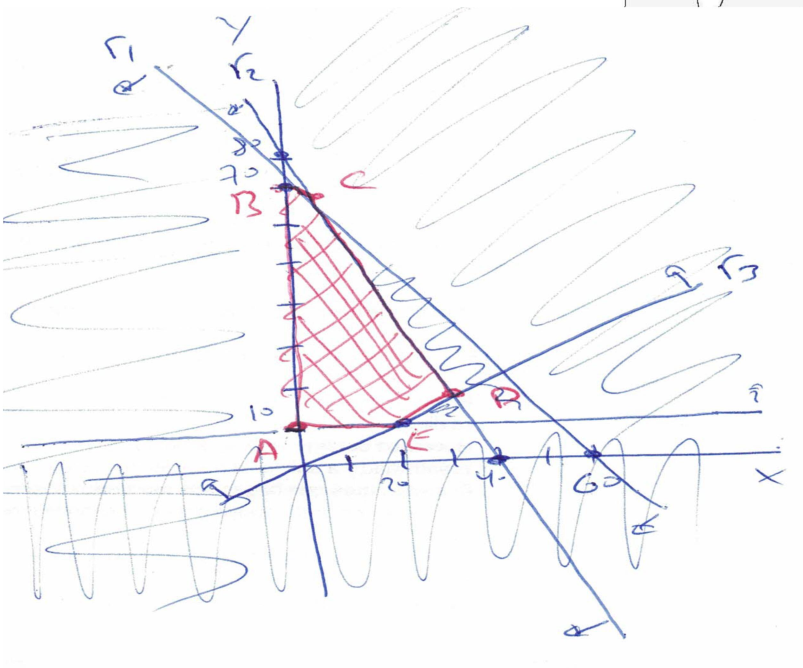
| x | y |
|---|---|
| 0 | 70 |
| 60 | 0 |

$70x+60y \leq 4200$

$(0,0) \longrightarrow 0 \leq 4200$ sí

$20x+10y \leq 800$ ($r_2$)

| x | y |
|---|---|
| 0 | 80 |
| 40 | 0 |




$20x + 10y \leq 800$

$(0,0) \longrightarrow 0 \leq 800$ sí

$2y=x$ ($r_3$)

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 20 | 10 |

$2y \geq x$

(20,0)

$0 \geq 20$ No

Vértices:

A (0,10) B(0,70)

C(12,56) D(32,16) E(20,10)

$$C \rightarrow \begin{cases} 70x+60y=4200 \\ 20x+10y=800 \end{cases} \quad X(-6)$$

$$+\begin{cases} 70x+60y=4200 \\ -120x-60y=-4800 \end{cases}$$

$$-50x = -600 \qquad x= \frac{-60}{-50} = 12$$

$20 \cdot 12 + 10y = 800$ $\qquad 10y = 800-240$

$Y = 560/10= 56$

---

$$D \rightarrow \begin{cases} 20x+10y=800 \\ 2y=x \end{cases}$$

$20(2y)+10y=800$

$40y+10y=800 \rightarrow y=800/50=16$

$X=2 \cdot 16=32$

---

$$E \rightarrow \begin{cases} y=10 \\ 2y=x \end{cases} \quad x=20$$

---

$F(x,y)=5x+4y$

$F(A)=F(0, 10)=0+40=40$ €

$F(B)=F(0, 70)=0+280=280$ €

$F(C)=F(12, 56)=60+224=284$ € $\longrightarrow$ MÁXIMO

$F(D)=F(32, 16)=160+64=228$ €

$F(E)=F(20, 10)=100+40=140$ €

Para obtener el máximo beneficio debe fabricar 12 camisetas lisas y 56 estampadas. El beneficio máximo es de 284€

2) $f(x) = x^3 - 9x + 2$

a) Paralelas $\longrightarrow$ pendientes iguales

$$\begin{cases} \text{Pendiente de } f(x)=x^3-9x+2 \longrightarrow f'(x)=3x^2-9 \\ \text{Pendiente de } y=3x-3 \longrightarrow y'=3 \end{cases}$$

misma pendiente $f'(x)=y'$

$3x^2-9 = 3 \;;\; 3x^2 = 12$

$$x^2 = 4 \begin{cases} x_1 = -2 \\ X_2 = 2 \end{cases}$$

---

Ecuación recta tangente

$y-f(a)=f'(a)(x-a)$

$\longrightarrow$ para $x_1= -2$

$$\begin{cases} a= -2 \\ f(a)=f(-2)=(-2)^3-9(-2)+2=12 \\ f'(a)=f'(-2) = 3(-2)^2-9=3 \end{cases}$$

$y-12=3(x-(-2))$

$y-12=3x+6$ $\boxed{y=3x+18}$

$\longrightarrow$ para $x_2= 2$

$$\begin{cases} a= 2 \\ f(a)=f(2)=(2)^3-9 .2+2=-8 \\ f'(a)=f'(2)=3.2^2-9=3 \end{cases}$$

$y-(-8)=3(x-2)$

$y+8=3x-6$ $\boxed{y=3x-14}$

---

b) Monotonía $f'(x)=0$

$F'(x)= 3x^2-9=0 \qquad 3x^2=9 \qquad x^2=3 \qquad x_1= -\sqrt{3}$

$x_2 = \sqrt{3}$

signo f´

$$\begin{array}{ccccc} + & & - & & + \\ \nearrow & -\sqrt{3} & \searrow & \sqrt{3} & \nearrow \end{array}$$

$(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ CRECIENTE

$(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ DECRECIENTE

Curvatura $f''(x)=0$

$f''(x)=6x=0 \qquad X=0$

signo f´´

$(-\infty, 0) \longrightarrow \cap$ cóncava

$(0, +\infty) \longrightarrow \cup$ convexa

$$\begin{array}{ccc} + & & - \\ \cap & 0 & \cup \end{array}$$

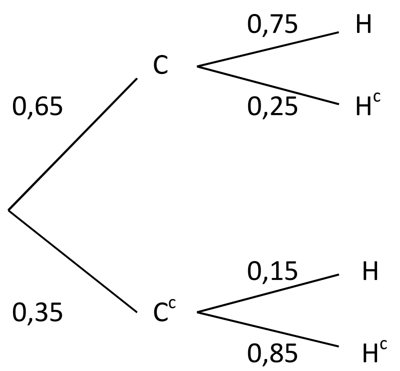
---

C) $\int f(x)\,dx= \int (x^3-9x+2)\,dx= \int x^3 - \int 9x\,dx + \int 2\,dx = \boxed{\frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2} +2x+C}$

3)

$\begin{cases} C \longrightarrow \text{turistas alojan en capital} \\ C^c \longrightarrow \text{turistas alojan en zonas rurales} \end{cases}$

$\begin{cases} H \longrightarrow \text{hospedan en hotel} \\ H^c \longrightarrow \text{hospedan en apartamentos turísticos} \end{cases}$




a) p(H) = 0,65. 0,75 + 0,35.0,15 = 0,54

b) $p\left(C^c / H^c\right) = \dfrac{P(C^c \cap H^c)}{P(H^c)} = \dfrac{0{,}35 \,.\, 0{,}85}{1-0{,}54} = \underline{0{,}6467}$

---

4) n =300

a) Nc= 97% $\begin{cases} \alpha = 1- 0{,}97 = 0{,}03 \\ 1- \alpha/2 = 1 - 0{,}03/2 = 0{,}985 \\ Z_{\alpha/2} = 2{,}17 \end{cases}$

p= 135/300 = 0.45 q = 1-p = 1-0,45 = 0,55

$$I_c = \left(p - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}} \;;\; p + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}\right) =$$

$$\left(0{,}45 - 2{,}17\sqrt{\frac{0{,}45.0{,}55}{300}} \;;\; 0{,}45 + 2{,}17\sqrt{\frac{0{,}45.0{,}55}{300}}\right) =$$

= ( 0,45 – 0,0623 ; 0,45+0,0623) = (0,3877 ;0,5123)

b) ¿n? $\varepsilon < 0{,}02$ $\qquad \varepsilon = Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}$

$$0{,}02 = 2{,}17\sqrt{\frac{0{,}45.0{,}55}{n}} \;;\; \left(\frac{0.02}{2.17}\right)^2 = \left(\cancel{\sqrt{\frac{0{,}45.0{,}55}{n}}}\right)^{\cancel{2}}$$

$$n = \frac{0{,}45.0{,}55}{\left(\frac{0.02}{2.17}\right)2} = 2913{,}63 \approx \underline{2914}$$

C/ O´DONNELL 26 . 41001. SEVILLA
TEL. 954 502 598 www.claustro.net

Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II

Convocatoria junio 2019, Andalucía.

**Opción B**

## EJERCICIO 1

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**a)** A es simétrica si $A = A^t$

*$A^t$ es la traspuesta de A, esto es cambiar filas por columnas*

$$A^t=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = A$$

*Ya que al cambiar las filas por columnas*

*no coinciden los dos valores señalados en rojo*

**A no es simétrica**

**b)**

$A^{-1} \rightarrow$

1º) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 0 + 0 - 0 - (-1) - 4 = 2 + 1 - 4 = -1$

2º) $\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$

$a_{11} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2-(-1) = 3$ $\quad a_{12} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -2$ $\quad a_{13} = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -2$

$a_{21} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$ $\quad a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$ $\quad a_{23} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$

$a_{31} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 2$ $\quad a_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -1$ $\quad a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 2-4 = -2$

3º) $(\text{Adj}(A))^t = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

4º) $\frac{1}{/A/}(\text{Adj}(A))^t = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \mathbf{A^{-1}}$

**c)** $2XA - A^2 - 3I_3 = 0$

$2XA = 3I_3 + A^2$

$2X = (3I_3 + A^2)\cdot A^{-1}$

$2X = 3\cdot A^{-1} + A$

$X = ½\,(3\cdot A^{-1} + A)$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\qquad 3A^{-1} = \begin{pmatrix} -9 & -6 & -6 \\ -6 & -3 & -3 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

$3A^{-1} + A = \begin{pmatrix} -9 & -6 & -6 \\ -6 & -3 & -3 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -8 & -6 \\ -8 & -1 & -4 \\ 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}$

$X = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -8 & -8 & -6 \\ -8 & -1 & -4 \\ 6 & 4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-4} & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{-4} & \mathbf{-\frac{1}{2}} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{2} & \mathbf{\frac{7}{2}} \end{pmatrix}$

**EJERCICIO 2**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 1 \ \text{ si } x < 0 \\ x^2 - a \text{ si } \ x \geq 0 \end{cases}$$

**a)** Las funciones parciales que forman f(x) son continuas en los intervalos que están definidas,

continuidad en x=0

$$\lim_{x\to 0} f(x) \begin{cases} \lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x-1} = -1 \\ \lim_{x\to 0^+} x^2 + a = a \end{cases}$$

Derivabilidad:

$$f\,(x)\begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} & si\ x < 0 \\ 2x & si\ x > 0 \end{cases} \quad \text{la derivada existe cuando x } \neq \ 0$$

En x = 0

$$f'(0)\begin{cases} f'(0^-)\frac{-1}{(-1)^2} = -1 \\ f'(0^+) = 0 \end{cases}$$

Como f´ (0$^-$) ≠ f´(0)$^+$ → f no es derivable en x= 0

**b)** **Monotonía** f´(x) = 0

f´$_1$ (x) = -1/ (x-1)$^2$ = 0 -1 = 1 No hay extremos por esta rama

f´$_2$ (x) = 2x = 0 ; x= 0

Signo f´ - + ( -∞, 0 ) DECRECIENTE

____|____ ( 0 , +∞ ) CRECIENTE

↘ 0 ↗

Curvatura f´´ (x) = 0

$$f''(x) = \begin{cases} 2\,(x-1)/\,(x-1)\,4 \;\; \text{si } x < 0 \\ 2 \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

$f''(x) = 2\,(x-1)/\,(x-1)^4 = 0$ $\quad 2(x-1) = 0 \quad x-1=0 \quad x= 1$

signo $f''$ $\quad - \quad + \quad +$

$(-\infty,0) \rightarrow \cap$ cóncava

______|______|______

$(0, +\infty) \rightarrow \cup$ convexa

$\cap \quad 0 \quad \cup \quad 1 \quad \cup$

No hay punto de inflexión ya que para **a = -2** la función NO es continua en **x = 0.**

**EJERCICIO 3**

$$\begin{cases} A \rightarrow \text{habitantes ven series} \\ Ac \rightarrow \text{habitantes no ven series} \\ B \rightarrow \text{habitantes ven películas} \\ Bc \rightarrow \text{habitantes no ven películas} \end{cases}$$

$p(A) = 0{,}69 \qquad p(B) = 0{,}35 \qquad p(A^c \cap B^c) = 0{,}18$

**a)** ¿ $p(A \cup B)$?

$p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B)$

$0{,}18 = 1 - p(A \cup B)$

$p(A \cup B) = 1 - 0{,}18 =$ $\underline{\mathbf{0{,}82}}$

**b)** $p(B/A) = p(A \cap B)/p(A) = 0{,}22/0{,}69 =$ $\underline{\mathbf{0{,}3188}}$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
$0{,}82 = 0{,}69 + 0{,}35 - p(A \cap B)$
$p(A \cap B) = 0{,}69 + 0{,}35 - 0{,}82 = 0{,}22$

**c)** $p(B \cap A^c) = p(B) - p(A \cap B) = 0{,}35 - 0{,}22 =$ $\underline{\mathbf{0{,}13}}$

**EJERCICIO 4**

$\sigma = 8 \quad n = 9$

**a)** $\bar{x} = \frac{10+17+8+27+6+9+32+21}{9} = 15$

$N_{c} = 92\%$

$\nearrow \quad \alpha = 1 - 0{,}92 = 0{,}08$

$\rightarrow \quad 1 - \alpha/2 = 1 - 0{,}08/2 = 0{,}96$

$\searrow \quad z_{\alpha/2} = 1{,}755$

$I_c = ( \dot{x} - z_{\alpha/2} \; \sigma / \sqrt{n} \; ; \; \dot{x} + z_{\alpha/2} \; \sigma / \sqrt{n} ) = (15 - 1{,}755 \cdot 8 / \sqrt{9} \; ; \; 15 + 1{,}755 \cdot 8 / \sqrt{9} ) =$

$= ( 15 - 4{,}68 \; ; \; 15 + 4{,}68 ) = \underline{(10{,}32 \; ; \; 19{,}68)}$

**b)** $N_c = 95{,}5\ \%$

$\nearrow \quad \alpha = 1 - 0{,}955 = 0{,}045$

$\rightarrow \quad 1 - \alpha / 2 = 1 - 0{,}045 / 2 = 0{,}9775$

$\searrow \quad z_{\alpha/2} = 2{,}005$

$\varepsilon < 1{,}5$

$\varepsilon = z_{\alpha/2} \; \sigma/\sqrt{n}$

$1{,}5 = 2{,}005 \cdot 8/\sqrt{n}$

$1{,}5 \cdot \sqrt{n} = 16{,}04$

$\sqrt{n} = 16{,}04 / 1{,}5$

$( \sqrt{n} )^2 = (10{,}693)^2$

**n= 114,34 ≈ $\underline{\mathbf{115}}$**