

A) INTERACCIÓN GRAVITATORIA

- A1. a) i) Defina los conceptos de energía cinética, energía potencial y energía mecánica e indique la relación que existe entre ellas cuando sólo actúan fuerzas conservativas. ii) Explique razonadamente cómo se modifica dicha relación si intervienen además fuerzas no conservativas.  
b) Sobre un cuerpo de 3 kg, que está inicialmente en reposo sobre un plano horizontal, actúa una fuerza de 12 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,2. Determine, mediante consideraciones energéticas: i) el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento tras recorrer el cuerpo una distancia de 10 m, y ii) la velocidad del cuerpo después de recorrer los 10 m.  
 $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

- a) i) Se define energía cinética aquella energía que posee un cuerpo cuando se encuentra en movimiento. Esta forma de energía depende tanto de la masa que posea el objeto como de la velocidad que se le aplique para desplazarlo. Viene determinada por la ecuación

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Donde  $E_c$  es la energía cinética, medida en julios (J);  $m$  es la masa, medida en kilogramos (kg); y  $v$  la velocidad, medida en metros por segundo (m/s).

Por otro lado, la energía potencial es aquella energía asociada a una posición del objeto respecto de otros a través de su altura. Su ecuación viene determinada por

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Donde  $E_p$  es la energía potencial, medida en julios (J);  $m$  es la masa, medida en kilogramos (kg);  $g$  es la gravedad, cuyo valor es de  $9,8 \text{ m/s}^2$ ; y  $h$  la altura del objeto, medida en metros (m).

Por último, la energía mecánica viene dada como la suma de la energía cinética y la energía potencial.

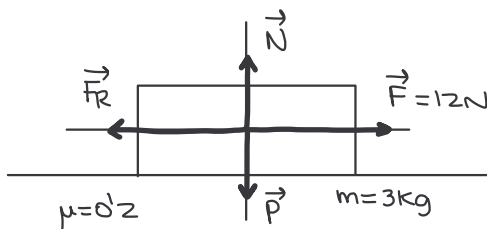
- ii) Cuando sobre un cuerpo únicamente actúan fuerzas conservativas, el incremento de la energía mecánica será nulo, donde el valor en el punto inicial, A, y en el punto final, B, serán lo mismo, haciendo que la energía se conserve.

$$\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = 0$$

Sin embargo, si sobre el sistema actúan fuerzas no conservativas, parte de la energía se transforma en calor por fricción, como lo es el rozamiento, transformándose parte de la mecánica en este último, llegando a no conservarse.

$$\Delta E_m = W_{Fnc}$$

b)



$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

- i) Aplicando la primera ley de Newton (ley de inercia)

$$\sum \vec{F}_y = 0; \quad N - P = 0; \quad N = P = m \cdot g$$

$$N = 3 \cdot 9,8 = 29,4 \text{ N}$$

El trabajo de rozamiento viene dado por:

$$W_{FR} = \vec{F}_R \cdot \vec{\Delta r} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = \mu \cdot N \cdot \Delta r \cdot \cos 180$$

$$W_{FR} = 0,2 \cdot 29,4 \cdot 10 \cdot \cos 180 = -58,8 \text{ J}$$

- ii) A partir del principio de conservación de la energía mecánica con fuerzas no conservativas:

$$\Delta E_m = W_T; \quad E_m(B) - E_m(A) = W_{FR}; \quad E_c(B) + E_p(B) - E_c(A) - E_p(A) = W_T$$

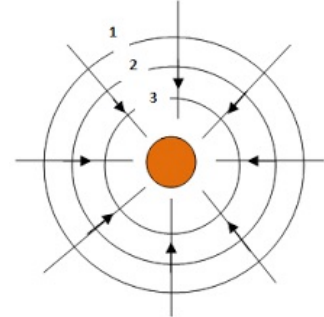
donde  $E_p$  es nula al no existir altura tanto en A como B; y  $E_c(A) = 0 \text{ J}$  al partir del reposo. Luego:

$$E_c(B) = W_F + W_{FR}; \quad E_c = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha + W_{FR}; \quad \frac{1}{2} m v^2 = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha + W_{FR}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha + W_{FR})}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (12 \cdot 10 \cdot \cos 0 - 58,8)}{3}} = 6,39 \text{ m/s}$$

- A2. a)** En una determinada región del espacio existen dos puntos A y B en los que el potencial gravitatorio es el mismo.
- i) ¿Podemos concluir que los campos gravitatorios en A y en B son iguales? ii) ¿Cuál sería el trabajo realizado por el campo gravitatorio al desplazar una masa  $m$  desde A hasta B?
- b)** Dos masas de 2 y 4 kg se sitúan en los puntos A(2,0) m y B(0,3) m, respectivamente. i) Determine el campo y el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas. ii) Calcule el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar una tercera masa de 1 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto C(2,3) m.
- $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

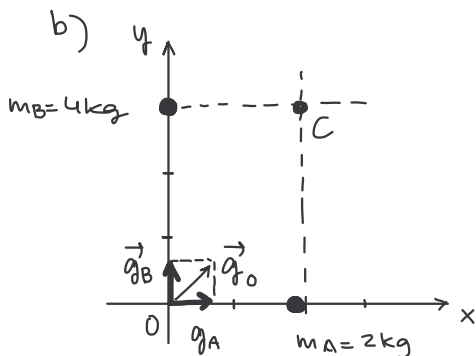
- a) i) Se define campo gravitatorio aquel campo de fuerza que representa la gravedad, existente cuando un cuerpo posee masa. Al estudiar el valor de la intensidad de campo respecto a un punto localizado entre dos masas, podemos llegar a la conclusión de que el valor de éste es nulo, debido a su carácter atractivo y vectorial donde, al poseer el mismo valor, se anulan entre sí.
- Cuando se estudia el potencial gravitatorio, que es una magnitud de trabajo por unidad de masa realizado en el desplazamiento de un cuerpo, se llega a la conclusión de que éste no es nulo, ya que es una magnitud escalar. Por tanto, según el principio de superposición, el valor de dicho potencial en un punto medio será la suma de ambos.



$$V_P = V_1(P) + V_2(P)$$

- ii) El trabajo realizado para desplazar un cuerpo del punto A al punto B, donde se mueve sobre la misma superficie equipotencial, al poseer el mismo valor del potencial gravitatorio, será nulo, debido a que no existirá variación en las energías potenciales ni, por ende, en sus valores de potenciales.

$$W = -\Delta E_p = -m(V_B - V_A) = 0 \text{ J}$$



i)

Basándonos en el principio de superposición:

$$\vec{g}(O) = \vec{g}_A(O) + \vec{g}_B(O)$$

$$\vec{g}_A = -G \frac{m_A}{r_A^2} \vec{u}_r = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{2^2} \cdot \left( +\frac{2\vec{u}}{2} \right) = 3,335 \cdot 10^{-11} \vec{u} \text{ N/kg}$$

$$\vec{g}_B = -G \frac{m_B}{r_B^2} \vec{u}_r = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3^2} \cdot \left( \frac{3\vec{j}}{3} \right) = 2,964 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N/kg}$$

$$\vec{g}(O) = 3,335 \cdot 10^{-11} \vec{u} + 2,964 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N/kg}$$

Basándonos en el principio de superposición:

$$V(O) = V_A(O) + V_B(O)$$

$$V_A = -G \frac{m_A}{r_A} = -667 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{2} = -667 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

$$V_B = -G \frac{m_B}{r_B} = -667 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3} = -889 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

$$V_0 = V_A(0) + V_B(0) = -1,556 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$$

ii) calculamos el potencial en D.

Basándonos en el principio de superposición:

$$V(C) = V_A(C) + V_B(C)$$

$$V_A = -G \frac{m_A}{r_A} = -667 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{3} = -444,7 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

$$V_B = -G \frac{m_B}{r_B} = -667 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{2} = -1334 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

$$V(C) = -1,778 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$$

$$\text{Luego: } W = -\Delta E_p = -m_3 \cdot (V_C - V_0) = -1 \cdot (-1,77 \cdot 10^{-10} + 1,55 \cdot 10^{-10})$$

$$W = 223 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Como el trabajo es positivo, éste será espontáneo, luego será realizado por las fuerzas propias del campo.

## B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B1. a) Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia  $d$ . Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.

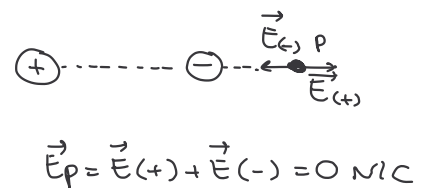
b) Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0) m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine: i) el valor de la carga de las partículas y ii) el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

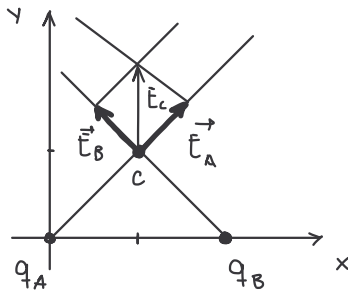
α) En el campo eléctrico, también se cumple el principio de superposición, por lo que el campo que crean varias cargas en un determinado punto debe de ser igual a la suma vectorial de los campos que produciría cada carga individual tal y como lo haría si estuviese sola.

Las líneas del campo eléctrico se distorsionan como las hacía el campo gravitatorio, con la excepción de que hay que estudiar los distintos signos de las cargas donde, cuando poseen el mismo signo, independientemente del tamaño de la carga, siempre existirá un punto, más cercano de la menor carga, donde se hace nulo. Sin embargo, cuando ambas cargas poseen signos distintos, como las fuerzas no se anulan por la igual dirección de los vectores, sólo será nulo en algún punto que rodee la carga, pero nunca en un punto intermedio de ambas.

Por tanto, para que exista un punto donde el campo eléctrico sea nulo, deberá de estar por detrás de las cargas, rodeándolas, pero no en un punto medio entre ambas.

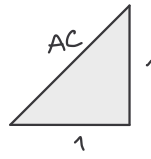


b)



i) Basándonos en el principio de superposición

$$V(C) = V_A(C) + V_B(C)$$



$$AC = \sqrt{2} \text{ m} = r_A = r_B$$

$$V(C) = 1000 \text{ V} = k \frac{q_A}{r_A} + k \frac{q_B}{r_B} = 2k \frac{q}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{\sqrt{2}} \rightarrow q = 7.86 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

ii) 
$$\vec{E}(C) = \vec{E}_A(C) + \vec{E}_B(C)$$

$$\vec{E}_A = k \frac{q_A}{r_A^2} \cdot \vec{u}_r = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7.86 \cdot 10^{-8}}{(\sqrt{2})^2} \cdot \left( \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} \right) = 250,10 \vec{i} + 250,10 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_B = k \frac{q_B}{r_B^2} \cdot \vec{u}_r = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7.86 \cdot 10^{-8}}{(\sqrt{2})^2} \cdot \left( \frac{-\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} \right) = -250,10 \vec{i} + 250,10 \vec{j} \text{ N/C}$$

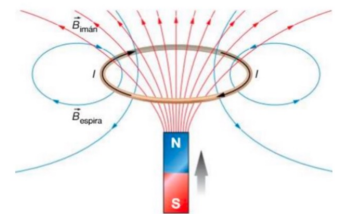
Luego: 
$$\vec{E}(C) = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 500,20 \vec{j} \text{ N/C}$$

B2. a) A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido de campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.

b) Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo  $B = (4t - t^2) \text{ T}$  ( $t$  es el tiempo en segundos). i) Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira. ii) Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para  $t = 3 \text{ s}$ . iii) Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.

a)

Las corrientes que se inducen en un circuito se producen en un sentido tal que sus efectos magnéticos tienden a oponerse a la causa que las originó. Cuando una espira se aproxima al polo norte de un imán, se está produciendo un aumento en el flujo magnético hacia la derecha, luego aparece una corriente eléctrica en sentido horario cuyo campo magnético está orientado hacia abajo para oponerse a la variación.



b) 
$$B = (4t - t^2) \text{ T}$$
  

$$l = 0,05 \text{ m}$$

i) 
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha = (4t - t^2) \cdot 0,05^2 \cdot \cos 0$$
  

$$\phi = 0,01 \cdot t - 2,5 \cdot 10^{-3} t^2 \text{ Wb}$$

ii) Aplicando la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (0,01t - 2,5 \cdot 10^{-3} t^2) = -(0,01 - 5 \cdot 10^{-3} t) \text{ V}$$

$$\varepsilon(t = 3 \text{ s}) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

iii) Para  $\varepsilon = 0$ ;  $0,01 - 5 \cdot 10^{-3} t = 0 \rightarrow t = 2 \text{ s}$

### C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

- C1. a) ¿Qué significa que una onda armónica es doblemente periódica? Explíquelo apoyándose en las gráficas correspondientes.
- b) Una onda armónica transversal se propaga en sentido negativo del eje OX con una velocidad de propagación de  $3 \text{ m s}^{-1}$ . Si su longitud de onda es de  $1,5 \text{ m}$  y su amplitud es de  $2 \text{ m}$ : i) escriba la ecuación de la onda teniendo en cuenta que en el punto  $x = 0 \text{ m}$  y en el instante  $t = 0 \text{ s}$  la perturbación es nula y la velocidad de oscilación es positiva. ii) Determine la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del medio.

a)

Las ondas son periódicas temporal y espacialmente. Esto hace que las ondas tengan doble periodicidad. Para demostrarlo, se considera una onda viajera  $y(x, t) = A \cdot \text{sen}[k \cdot x - \omega \cdot t]$  que se desplaza en sentido positivo del eje OX donde, al fijar un punto  $x$  de la onda cuando haya transcurrido un tiempo  $t + T$ , la perturbación será:

$$y(x, t + T) = A \cdot \text{sen}[k \cdot x - \omega \cdot (t + T)]$$

$$y(x, t + T) = A \cdot \text{sen}[k \cdot x - \omega \cdot t - \omega \cdot T]$$

$$y(x, t + T) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + 2 \cdot \pi)$$

$$y(x, t + T) = y(x, t) \text{ Periodicidad temporal}$$

De forma análoga, en cada instante la expresión de la onda está situada a una distancia  $x + \lambda$ , siendo:

$$y(x + \lambda, t) = A \cdot \text{sen}[k \cdot (x + \lambda) - \omega \cdot t]$$

$$y(x + \lambda, t) = A \cdot \text{sen}[k \cdot x + k \cdot \lambda - \omega \cdot t]$$

$$y(x + \lambda, t) = A \cdot \text{sen}(k \cdot x + 2 \cdot \pi - \omega \cdot t)$$

$$y(x + \lambda, t) = y(x, t) \text{ Periodicidad espacial}$$

Haciendo uso de

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$$

Haciendo uso de

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{k}$$

b) i)  $v_p = \frac{\lambda}{T} \rightarrow T = \frac{\lambda}{v_p} = \frac{1,5}{3} = 0,5 \text{ s} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi \text{ rad/s}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,5} = \frac{4\pi}{3} \text{ m}^{-1}$$

La ecuación será:

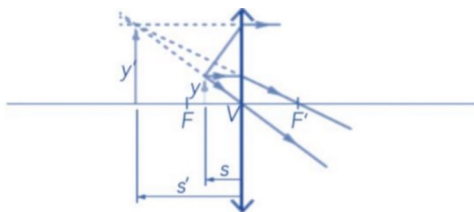
$$y = 2 \cdot \text{sen}\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3} x\right) \quad (\text{SI})$$

ii)  $v = + \frac{d}{dt} y(x, t) = 2 \cdot 4\pi \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3} x\right)$

$$v_{\text{máx}} = 2 \cdot 4\pi = 8\pi = 25,13 \text{ m/s}$$

- C2. a) Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen.
- b) Un objeto de  $30 \text{ cm}$  de altura se coloca a  $2 \text{ m}$  de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de  $50 \text{ cm}$ . Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

a)

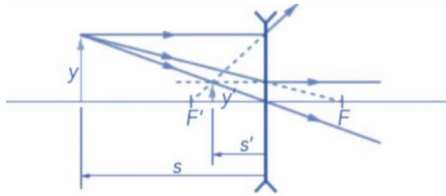


Virtual  
Derecha  
Mayor

Para construir una imagen de un objeto formado por una lente delgada, debemos de seguir los siguientes pasos:

1. Rayo que incide sobre la lente paralelamente al eje, la atraviesa y, una vez refractado, el rayo pasa por el foco imagen  $F'$ .
2. Rayo que incide sobre el centro óptico atravesándola y sin sufrir desviación por refracción.
3. Rayo que pasa por el foco objeto  $F$  y que emerge de la lente paralelamente al eje óptico una vez refractado.

b)



Virtual  
Derecha  
Menor

A partir de la ecuación de Gauss para lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-200} = \frac{1}{-50}$$

$$s' = -40 \text{ cm}$$

Con la ecuación del aumento lateral:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-40 \cdot 30}{-200} = 6 \text{ cm}$$

#### D) FÍSICA DEL SIGLO XX

- D1. a) En el efecto fotoeléctrico, la luz incidente sobre una superficie metálica provoca la emisión de electrones de la superficie. Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) Se desprenden electrones sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es superior a un valor mínimo; ii) La energía cinética máxima de los electrones es independiente del tipo de metal; iii) La energía cinética máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la luz incidente.
- b) Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de  $4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  para una radiación incidente de  $3,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  de longitud de onda. Calcule: i) el trabajo de extracción de un electrón individual y de un mol de electrones, en Julios; ii) la diferencia de potencial mínima requerida para frenar los electrones emitidos.  
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- a) i) Para que se produzca efecto fotoeléctrico, la frecuencia incidente debe de superar a la frecuencia umbral. Como dicha frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda según la ecuación

$$v = \lambda \cdot f$$

Podemos decir que, para que se produzca efecto fotoeléctrico, la longitud de onda debe de ser menor a la umbral. Luego la afirmación es falsa.

- ii) La energía cinética viene dada, según el efecto fotoeléctrico, por la ecuación:  $E_c = E - W_{ext}$   
 Por lo que sí depende del metal al depender del trabajo necesario para poder extraer los electrones, siendo la afirmación falsa.

- iii) La intensidad de la luz solo modifica la cantidad de electrones que salen disparados del metal en un efecto fotoeléctrico, pero la energía con la que éstos salen es la misma, por lo que la afirmación será verdadera.

b)

$$i) E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{3,5 \cdot 10^{-7}} = 5,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_{ext} = E - E_c = 5,68 \cdot 10^{-19} - 4 \cdot 10^{-19} = 1,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_{ext}/e = W_{ext} \cdot N_A = 1,68 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,45 \cdot 10^{-5} \text{ J/mol } e^-$$

ii)

$$E_c = q \cdot \Delta V \rightarrow \Delta V = \frac{E_c}{q} = \frac{4 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,5 \text{ V}$$

D2. a) i) Defina defecto de masa y energía de enlace de un núcleo. ii) Indique razonadamente cómo están relacionadas entre sí ambas magnitudes.

b) El  ${}^{235}_{92}\text{U}$  se puede desintegrar, por absorción de un neutrón, mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de  ${}^{95}_{38}\text{Sr}$ , dos neutrones y un tercer núcleo  ${}^A_Z\text{Q}$ . i) Escriba la reacción nuclear correspondiente y determine el número de protones y número total de nucleones del tercer núcleo. ii) Calcule la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio en la reacción anterior.

$$m({}^{235}_{92}\text{U}) = 235,043930 \text{ u}; m({}^{95}_{38}\text{Sr}) = 94,919359 \text{ u}; m({}^A_Z\text{Q}) = 138,918793 \text{ u}; m_n = 1,008665 \text{ u}; 1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

a) i) Se denomina defecto de masa,  $\Delta m$ , a la diferencia entre la masa de los nucleones que componen un núcleo y la masa real del mismo. La ecuación a la que hace referencia es la siguiente:

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_N$$

donde  $\Delta m$  es el defecto de masa,  $Z$  el número atómico,  $m_p$  la masa del protón,  $A$  el número másico,  $m_n$  la masa del neutrón y  $m_N$  la masa del nucleón.

ii) La masa que se pierde se convierte en energía, que se libera al formarse el núcleo. Einstein propuso una ecuación que marca la relación entre la masa y la energía, según:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

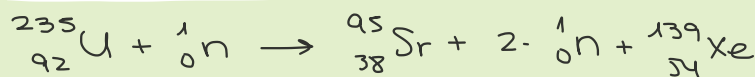


Ley de conservación de la masa:

$$235 + 1 = 95 + 2 \cdot 1 + A \rightarrow A = 139$$

Ley de conservación de la carga:

$$92 + 0 = 38 + 2 \cdot 0 + Z \rightarrow Z = 54$$



ii)

$$\Delta m = m({}^{235}_{92}\text{U}) + m({}^1_0\text{n}) - m({}^{95}_{38}\text{Sr}) - 2 \cdot m({}^1_0\text{n}) - m({}^{139}_{54}\text{Xe})$$

$$\Delta m = 0,197113 \text{ u}$$

$$0,197113 \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1\text{u}} = 3,272 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

Luego:

$$E_e = \Delta m \cdot c^2 = 3,273 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2,95 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$