



**Instrucciones:**

- a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- c) Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- d) Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.
- e) En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- f) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- h) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- i) Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

**BLOQUE OBLIGATORIO.** Resuelve el siguiente ejercicio:

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Juan ha gastado 80€ por la compra de un jersey, una camisa y un pantalón. Sabemos que el precio del jersey es un tercio del precio de la camisa y el pantalón juntos.

- a) **[1,25 puntos]** ¿Es posible determinar de forma única el precio del jersey? ¿Y el de la camisa? Razona la respuesta.
- b) **[1,25 puntos]** Si Juan hubiera esperado a las rebajas se habría gastado 57€, pues el jersey, la camisa y el pantalón tenían un descuento del 30 %, del 40 % y del 20 %, respectivamente. Calcula el precio de cada prenda antes de las rebajas.

**BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - ax + 2 - 2\cos(x)}{e^x - x\cos(x) - 1}$  es finito, calcula  $a$  y el valor del límite.

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Sea la función  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = a + \frac{\ln(x)}{x^2}$ .

- a) **[1 punto]** Calcula  $a$  para que  $y = 1$  sea una asíntota horizontal de la gráfica de  $f$ .
- b) **[1,5 puntos]** Para  $a = 0$ , calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . Estudia y halla los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).



**BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Sean los puntos  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(0, 2, -2)$ ,  $B(1, 2, m)$  y  $C(2, 3, 2)$ .

- a) **[1,25 puntos]** Halla los valores de  $m$  para que el tetraedro determinado por los puntos  $O$ ,  $A$ ,  $B$  y  $C$  tenga un volumen de 3 unidades cúbicas.
- b) **[1,25 puntos]** Para  $m = 0$ , calcula la distancia del punto  $O$  al plano que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera el punto  $P(1, 1, 1)$  y la recta  $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$ .

- a) **[1 punto]** Halla el plano que pasa por el punto  $P$  y contiene a la recta  $r$ .
- b) **[1,5 puntos]** Halla la recta que pasa por el punto  $P$  y corta perpendicularmente a la recta  $r$ .

**BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Halla la función  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  que pasa por los puntos  $(2, e - 2 - 2 \ln(2))$  y  $(1, 0)$ , y verifica que  $f''(x) = e^{x-1} - \frac{1}{x}$ .

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

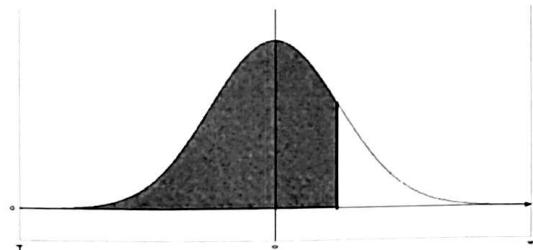
En la tabla siguiente se recoge el número de coches y motos que se presentaron a la ITV en el año 2023:

	Coches	Motos
Aptos	116.383	160.667
No aptos	2.679	3.447

Se elige un vehículo al azar de entre los coches y motos que se presentaron a dicha inspección.

- a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que el vehículo elegido sea una moto o haya resultado apto?
- b) **[1,25 puntos]** Si el vehículo elegido es un coche, ¿cuál es la probabilidad de que haya resultado no apto?

## FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN $N(0, 1)$



<b>z</b>	<b>0,00</b>	<b>0,01</b>	<b>0,02</b>	<b>0,03</b>	<b>0,04</b>	<b>0,05</b>	<b>0,06</b>	<b>0,07</b>	<b>0,08</b>	<b>0,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
<b>2,8</b>	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
<b>2,9</b>	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
<b>3,0</b>	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
<b>3,1</b>	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
<b>3,2</b>	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
<b>3,3</b>	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
<b>3,4</b>	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
<b>3,5</b>	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
<b>3,6</b>	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
<b>3,7</b>	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
<b>3,8</b>	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
<b>3,9</b>	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
<b>4,0</b>	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

**Nota:** En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria  $Z$ , con distribución  $N(0, 1)$ , esté por debajo del valor  $z$ .